

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ, МОЛОДЕЖИ И СПОРТА
УКРАИНЫ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«Харьковский политехнический институт»

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

в примерах и задачах

Учебное пособие

В двух томах

Том 2

под редакцией Ю.Л. Геворкяна

Харьков
Видавництво «Підручник НТУ «ХПИ»
2011

ББК 22.1 В93 УДК 51

Рецензенты:

Ю. В. Гандель, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры математической физики и вычислительной математики Харьковского национального университета им. В. Н. Каразина;

А. И. Колосов, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики

Харьковской государственной академии городского хозяйства.

Авторы: Ю. Л. Геворкян, Л. А. Балака, С. С. Габрислян, В. Д. Крупка, Л. И. Курпа, Т. С. Полянская, О. М. Прохорова, И. А. Токмакова, И. Н. Юхно.

Высшая математика в примерах и задачах: учеб. пособие. в 2 т.: Т.2 / Ю. Л. Геворкян, Л. А. Балака, С. С. Габрислян [и др.] / под ред. Ю. Л. Геворкяна - Харьков: Вид-во «Підручник НТУ «ХП», 2011. - 376 с. — На рус. яз.

ISBN 978-966-2426-19-9 (полное издание)

ISBN 978-966-2426-21-2 (т. 2)

В пособии изложены методы решения основных типов задач по курсам «Линейная алгебра» и «Математический анализ». Каждый раздел содержит необходимый теоретический материал, включающий в себя основные определения, формулировки теорем, подробные решения примеров, а также задания для самостоятельной работы с ответами.

Предназначается для студентов технических вузов дневной, заочной и дистанционной форм обучения, аспирантов, преподавателей и научных сотрудников технических университетов.

Мл. 78. Табл. I. Библиогр.: 17 назв.

Оглавление

Глава 9. Дифференциальные уравнения

§56. Общие понятия и определения

§57. Дифференциальные уравнения первого порядка

Существование и единственность решения

Дифференциальные уравнения, не содержащие
искомую функцию

Дифференциальные уравнения с разделяющимися
переменными

Задачи для самостоятельного решения

Однородные дифференциальные уравнения первого
порядка

Задачи для самостоятельного решения

Линейные дифференциальные уравнения первого
порядка

Задачи для самостоятельного решения

Уравнение Бернулли

Задачи для самостоятельного решения

§58. Дифференциальные уравнения второго порядка

Общие определения

Дифференциальные уравнения второго порядка,
допускающие понижение порядка. Уравнение вида
 $y^n = f(x)$

Задачи для самостоятельного решения

Дифференциальное уравнение второго порядка,
не содержащее явно переменной y

Задачи для самостоятельного решения

Дифференциальное уравнение второго порядка,
не содержащее явно переменной x

Задачи для самостоятельного решения

§59. Линейные дифференциальные уравнения n -го
порядка

Основные понятия

Построение ФСР ЛОДУ с постоянными коэффициентами

ЛОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами

Задачи для самостоятельного решения

Отыскание частного решения ЛНДУ с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида:

$$L[y] = P_m(x)e^{yx}$$

$$\text{ЛНДУ вида: } L[y] = P_m(x)e^{ax} \cos \beta x, \quad L[y] = P_m(x)e^{ax} \sin \beta x$$

Принцип суперпозиции

Задачи для самостоятельного решения

Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа)

Задачи для самостоятельного решения

§60. Системы линейных дифференциальных уравнений

Основные понятия

Метод исключения решения систем ЛДУ

Матричный способ решения однородной системы ЛДУ с постоянными коэффициентами

Задачи для самостоятельного решения

Глава 10. Ряды

§ 61. Числовые ряды с произвольными и знакопостоянными членами

Основные понятия

Задачи для самостоятельного решения

Необходимый признак сходимости

Задачи для самостоятельного решения

Достаточные признаки сходимости числовых рядов с знакопостоянными членами

Признаки сравнения

Предельная форма признака сравнения

Ряды вида $\sum_{n=x}^{\infty} \frac{P_k(n)}{Q_m(n)}$

Задачи для самостоятельного решения

Признак Даламбера

Задачи для самостоятельного решения

Радикальный признак Коши

Задачи для самостоятельного решения

Интегральный признак Коши

Задачи для самостоятельного решения

Числовые ряды с произвольными членами. Условная и абсолютная сходимость

Задачи для самостоятельного решения

§ 62. Функциональные ряды

Понятие функционального ряда. Область сходимости

Задачи для самостоятельного решения

Правильная, равномерная сходимость функционального ряда

Задачи для самостоятельного решения

Признак равномерной сходимости Вейерштрасса

§ 63. Степенные ряды

Интервал и радиус сходимости степенного ряда

Задачи для самостоятельного решения

Свойства степенных рядов

Задачи для самостоятельного решения

§ 64. Ряды Тейлора и Маклорена

Формулы Тейлора и Маклорена

Ряды Тейлора и Маклорена

Задачи для самостоятельного решения

Ряды Маклорена элементарных функций

Задачи для самостоятельного решения

§ 65. Некоторые приложения степенных рядов

Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов

Задачи для самостоятельного решения

Приближенные вычисления интегралов с помощью степенных рядов

Задачи для самостоятельного решения

§ 66. Ряды Фурье

Разложение в ряд Фурье $2l$ -периодической функции

Разложение в ряд Фурье 2π -периодической функции

Разложение в ряд Фурье четных и нечетных $2l$ -периодических функций

Задачи для самостоятельного решения

Применение рядов Фурье для определения сумм числовых рядов

Задачи для самостоятельного решения

Глава 11. Двойные и тройные интегралы

§ 67. Приведение двойного интеграла к повторному

Задачи для самостоятельного решения

§ 68. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат

Задачи для самостоятельного решения

§ 69. Двойной интеграл в полярной системе координат

Задачи для самостоятельного решения

§ 70. Механические приложения двойных интегралов

Задачи для самостоятельного решения

§ 71. Основные свойства тройных интегралов и их приложения

Вычисление тройных интегралов в декартовых координатах

Задачи для самостоятельного решения

§ 72. Вычисление тройного интеграла в цилиндрической системе координат
Задачи для самостоятельного решения

§ 73. Вычисление тройного интеграла в сферической системе координат
Задачи для самостоятельного решения

Глава 12. Криволинейные и поверхностные интегралы

§ 74. Криволинейные интегралы

Криволинейные интегралы первого рода

Вычисление криволинейных интегралов первого рода
Задачи для самостоятельного решения

Приложения криволинейных интегралов первого рода к решению некоторых задач

Задачи для самостоятельного решения

Криволинейные интегралы второго рода

Физический смысл криволинейного интеграла второго рода

Вычисление криволинейных интегралов второго рода
Задачи для самостоятельного решения

Криволинейные интегралы по замкнутому контуру

Формула Грина

Задачи для самостоятельного решения

Условие независимости интеграла от пути интегрирования

Нахождение функции по ее полному дифференциалу
Задачи для самостоятельного решения

§ 75. Поверхностные интегралы

Поверхностные интегралы первого рода

Вычисление поверхностных интегралов первого рода
Задачи для самостоятельного решения

Приложения поверхностных интегралов первого рода
Задачи для самостоятельного решения
Понятие ориентированной поверхности
Поверхностные интегралы второго рода
Физический смысл поверхностных интегралов второго
рода
Вычисление поверхностных интегралов второго рода
Задачи для самостоятельного решения
Формула Остроградского
Задачи для самостоятельного решения
Формула Стокса
Задачи для самостоятельного решения

Глава 13 . Элементы теории поля

§ 76. Скалярное поле

Производная по направлению

Задачи для самостоятельного решения

Градиент скалярного поля

Свойства градиента скалярного поля

Задачи для самостоятельного решения

§ 77. Векторное поле

Задачи для самостоятельного решения

Поток векторного поля

Задачи для самостоятельного решения

Дивергенция

Свойства дивергенции

Циркуляция векторного поля

Ротор векторного поля

Формула Стокса в векторной форме

Свойства ротора

Потенциальное поле

Критерий потенциальности поля

Задачи для самостоятельного решения

Глава 14. Элементы теории функции комплексного переменного

§ 78. Комплексные числа и действия над ними

Алгебраическая форма комплексного числа

Действия над комплексными числами в алгебраической форме

Задачи для самостоятельного решения

Геометрическое изображение, модуль и аргумент комплексного числа

Задачи для самостоятельного решения

Тригонометрическая форма комплексного числа

Задачи для самостоятельного решения

Показательная форма комплексного числа

Задачи для самостоятельного решения

§ 79. Основные понятия теории функций комплексного переменного

Понятие области

Задачи для самостоятельного решения

§ 80. Понятие функции комплексного переменного

Задачи для самостоятельного решения

§ 81. Основные элементарные функции комплексного переменного

Задачи для самостоятельного решения

§ 82. Дифференцирование функций комплексного переменного

Условия Коши-Римана. Аналитические функции

Задачи для самостоятельного решения

Гармонические функции

Задачи для самостоятельного решения

Интегрирование функций комплексного переменного

Свойства интеграла от функции комплексного переменного

Задачи для самостоятельного решения

Интегральная формула Коши

Задачи для самостоятельного решения

§ 83. Ряды в комплексной области

Числовые ряды с комплексными членами

Степенные ряды

Задачи для самостоятельного решения

Ряд Тейлора

Задачи для самостоятельного решения

Ряд Лорана

Задачи для самостоятельного решения

§ 84. Изолированные особые точки. Вычеты

Классификация изолированных особых точек

Задачи для самостоятельного решения

Вычет функции. Вычисление вычетов

Задачи для самостоятельного решения

§ 85. Основная теорема о вычетах

Задачи для самостоятельного решения

Глава 15. Операционное исчисление

§ 86. Преобразование Лапласа. Основные понятия

§ 87. Свойства преобразования Лапласа

§ 88. Свертка функций. Теорема о свертке. Формула

Дюамеля

§ 89. Применения преобразования Лапласа

Преобразование Лапласа периодической функции

Решение дифференциальных уравнений

Решение систем линейных дифференциальных

уравнений с постоянными коэффициентами

Решение интегральных уравнений

§ 90. Теоремы разложения

Задачи для самостоятельного решения

Таблица изображений Лапласа

Список рекомендованной литературы